

УДК 51–76

МОДЕЛЬ ОПТИМИЗАЦИИ ДОБЫЧИ ВОЗОБНОВЛЯЕМОГО РЕСУРСА НА ПРИМЕРЕ ПРОМЫСЛА БАЙКАЛЬСКОГО ОМУЛЯ



А. П. Федотов

*Лимнологический институт СО РАН
Байкальский государственный университет
г. Иркутск, Российская Федерация
E-mail: mix@lin.irk.ru*

A.P. Fedotov

*Limnological Institute SB RAS
Baikal State University
Irkutsk, Russian Federation
E-mail: mix@lin.irk.ru*



П. Г. Сорокина

*Байкальский государственный университет
Лимнологический институт СО РАН
г. Иркутск, Российская Федерация
E-mail: ermolaeva_polina@mail.ru*

P. G. Sorokina

*Baikal State University
Limnological Institute SB RAS
Irkutsk, Russian Federation
E-mail: ermolaeva_polina@mail.ru*



А. В. Колесникова

*Байкальский государственный университет
г. Иркутск, Российская Федерация
E-mail: alinal2020@mail.ru*

A. V. Kolesnikova

*Baikal State University
Irkutsk, Russian Federation
E-mail: alinal2020@mail.ru*

Аннотация. Популяция байкальского омуля подвержена различным воздействиям окружающей среды. Существенное влияние на популяцию оказывают антропогенные факторы, в частности рыбный промысел. Дестабилизирующим фактором в схеме регулирования промысла омуля выступает неучтенный вылов, масштабы которого достаточно велики и являются результатом снижения эффективности охраны рыбных запасов. Кроме введения запрета на промышленное рыболовство байкальского омуля и мер по ограничению любительского и традиционного рыболовства, необходимо принимать дополнительные меры по борьбе с браконьерством.

В статье рассматривается модель динамики численности популяции с учетом официального вылова и браконьерства. Главное предположение состоит в том, что интенсивность браконьерской деятельности определяется уровнем активности официального промысла. С помощью принципа максимума Понтрягина в представленной модели исследуются некоторые задачи оптимального управления с терминальными критериями качества.

Найдены все оптимальные стратегии официального промысла при различных значениях параметров модели. В заключении предложены некоторые модификации исходной модели, анализу которых планируется посвятить дальнейшее исследование.

Ключевые слова: рыболовство, численность популяции, браконьерство, математическое моделирование, оптимальное управление, принцип максимума Понтрягина.

Информация о статье. Дата поступления: 28 октября 2019 г.

Финансирование. Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ, проект «Эколого-экономическая оценка функционирования пресноводных биогеоценозов, фундаментальные и прикладные аспекты», № гос. регистрации АААА-А19-119070190033-0, № МИНОБРНАУКИ 0279-2019-0003.

A MODEL FOR OPTIMIZING THE PRODUCTION OF RENEWABLE RESOURCES ON THE EXAMPLE OF THE BAIKAL OMUL FISHERY

Abstract. The population of Baikal omul depends on various environmental influences. Anthropogenic factors, in particular fisheries, have a significant impact on the population. An unaccounted catch is one of destabilizing factors in the regulation scheme for omul fishing. Its scale is quite large due to the decreasing in the efficiency of protection of fish stocks. In addition to introducing a ban on industrial fishing of Baikal omul and measures to limit recreational and traditional fishing, it is necessary to take additional activities for counteraction of poaching.

The paper considers a model of population dynamics taking into account official catch and poaching. The main assumption is that the intensity of poaching is determined by the level of activity of official fishing. Using the Pontryagin Maximum Principle, we study some optimal control problems in the presented model with terminal quality criteria. All optimal strategies for official fishing have been found for various values of the model parameters. In conclusion, some modifications of the original model are proposed, the analysis of which is planned to be devoted to the further research.

Keywords: fishing, population, poaching, mathematical modeling, optimal control, Pontryagin Maximum Principle.

Article info. Received 28 October, 2019.

Acknowledgements. The work is made with support of the RF Ministry of Science and Higher Education, the Project «Ecological and economic assessment of functioning of freshwater biocoenosis, fundamental and applied aspects», State Registration № АААА-А19-119070190033, Min. Sci. and HE № 0279-2019-0003.

В последние годы в СМИ часто говорилось об угрозе сокращения водных биологических ресурсов Байкала, в том числе о падении численности омулевого стада озера. В целях предотвращения сокращения популяции байкальского эндемика Минсельхоз России Приказом от 07.11.2014 N435 внес изменения в правила рыболовства для Байкальского рыбохозяйственного бассейна, устанавливающие ограничения на вылов байкальского омуля.

Так с 1 октября 2017 года введен запрет на промышленную ловлю омуля. Данный запрет не затрагивает традиционный промысел коренных малочисленных народов Севера (КМНС), которым предоставляют квоты на вылов. По данным 2018 года квота, предоставленная КМНС «для сохранения ремесла и традиций», составила 55 тонн. Также установлены квоты для осуществления рыболовства в научно-исследовательских и контрольных целях, объем которых не превышает 15 тонн для всех пользователей. При осуществлении любительского рыболовства суточная норма вылова составляет не более 5 кг. на человека. При этом рыбаки, поймавшие омуля, не вправе продавать рыбу.

Несмотря на это, по оценкам некоторых экспертов, запретительные меры привели к росту браконьерства и незаконной добычи рыбы. Браконьерство стало массовым явлением [1–9]. Проверки мест реализации рыбной продукции, проведенные в апреле-мае 2018 года природоохранной прокуратурой, показали, что реализуемый в Байкальском регионе омуль добыт браконьерским путем. В нерестовый период в 2018 году проведено 793 рейда, изъято 3,5 тонны незаконно добытого омуля. Среди нарушителей не только приезжие браконьеры, но и обычные жители поселков на берегу Байкала.

Для исследования динамики популяции байкальского омуля в рассматриваемой акватории предлагается и исследуется математическая модель в предположении, что разрешенный (официальный) промысел суть основной экзогенный фактор численности популяции омуля, при этом вторичным фактором является браконьерская (неофициальная, скрытая) добыча. Заметим, что скрытая добыча количественно может существенно превосходить официальный вылов, однако, в работе предполагается, что интенсивность браконьерской деятельности прямо зависит от реализуемых объемов разрешенного промысла. Считаем, что браконьеры отслеживают активность официальных добытчиков и корректируют своё поведение соответствующим образом: низкая и, наоборот, высокая интенсивность лова официальным образом влечет невысокие темпы скрытой добычи, с другой стороны, умеренный уровень разрешенного вылова ведет к активизации деятельности браконьеров. В первых двух случаях браконьеры считают, что лов неэффективен — либо рыбы почти нет, либо она почти вся вылавливается официально. Во втором случае (при умеренном разрешенном лове) предполагается, что «игра может стоить свеч», и браконьеры наиболее активны.

Отметим, что кроме браконьерства на популяцию также влияет вырождение промысла частиковых рыб на Байкале, являющиеся конкурентами и хищниками в прибрежной части Байкала для молодой особи омуля [10]. Однако в данной статье этот факт не учитывается.

На сегодня в математической литературе можно выделить два основных идейно разных подхода к моделированию популяции рыб:

1. Имитационные моделирование — метод, позволяющий строить модели, описывающие процессы так, как они проходили бы в действительности [11–13]. Как правило такие модели реализуются с помощью компьютерных программ и практически заменяют собой эксперимент. Грамотно построенная модель может использоваться для построения прогноза. Однако, если такие модели сложны и не могут объяснить функционирования определенных систем, то они не являются показательными.

2. Динамическое моделирование. Под динамической моделью понимается система законов (или правил), описывающих изменение состояния объекта во времени. На математическом языке динамические модели зачастую описываются с помощью систем дифференциальных и разностных уравнений, графов и других математических объектов [14–22].

В данной работе основное внимание сконцентрировано на исследовании динамической модели динамики численности популяции с учетом вылова и браконьерства, а также некоторых оптимизационных задач в ней.

Основные предположения:

1. Рассматривается определенная акватория (например, пролив Малого моря), в которой наблюдается популяция байкальского омуля.

2. В данной акватории находятся игрок A , который занимается официальным промыслом (например, рыболовное предприятие), и все остальные нелегальные добытчики — игрок B , который, ориентируясь на интенсивность вылова игрока A , также принимает участие в вылове. Предполагается, что интенсивность деятельности игрока B описывается функцией $q(u) = u(1 - u)$, где $u \in [0, 1]$ — интенсивность лова игрока A .

При данных предположениях опишем модель динамики численности популяции:

$$\dot{x} = ax + b - cxi - dxu(1 - u), \quad u \in [0, 1], \quad x(t_0) = x_0, \\ t \in [t_0, t_1].$$

Здесь

$a, b \in R$ — коэффициенты, характеризующие естественный прирост (убыль) популяции, без учета вылова;

$\tilde{n} \in R_+$ — коэффициент эффективности вылова игрока A ;

$d \in R_+$ — коэффициент эффективности вылова игрока B .

x_0 — численность популяции в начальный момент времени t_0 ,

cxu — вылов игрока A ;

$dxu(1-u)$ — вылов игрока B ,

временной промежуток $[t_0, t_1]$ фиксирован.

Фазовая переменная $x(t)$ означает численность популяции омуля в момент времени t , а управляющая переменная $u(t)$ — интенсивность отлова «официальным» игроком A в момент времени t .

Предварительный анализ модели

Будем исследовать представленную модель с помощью принципа максимума Понтрягина [22] с целью определить качественные свойства потенциальных экстремальных управлений (стратегий вылова игрока A) при простейших терминальных целевых показателях вида $J(u) = l(x(t_1)) \rightarrow \min$, зависящих от численности популяции в конечный момент рассматриваемого интервала времени. Для этого представим и исследуем часть соотношений принципа максимума.

Введем функцию Понтрягина (гамильтониан)

$$H = \psi(ax + b - cxu - dxu(1 - u)),$$

и рассмотрим гамильтонову (каноническую) систему

$$\begin{cases} \dot{x} = H_{\psi} = ax + b - cxu - dxu(1 - u), \\ \dot{\psi} = -H_x = (-a + cu + du(1 - u))\psi \end{cases}$$

при $u \in [0, 1]$.

Заметим, что сопряженная функция $\psi(t)$ всюду на $[t_0, t_1]$ сохраняет свой знак (либо тождественно равна нулю).

Анализ условия минимума функции Понтрягина

$$-\psi x (cu + du(1 - u)) \rightarrow \min, \quad u \in [0, 1],$$

при учете вышеуказанного замечания, приводит к следующим трем очевидным вариантам экстремальных стратегий игрока A :

1. Случай, когда $\psi(t) > 0$ для всех t , который соответствует стремлению максимального уничтожения популяции в данной акватории. Если

а. $c > d$, т.е., когда эффективность официального промысла игрока A выше эффективности всех браконьеров (игрока B), то предприятию A следует действовать с максимальной интенсивностью, т.е. $u^* \equiv 1$.

б. $c < d$, т.е., когда эффективность официального промысла игрока A ниже эффективности всех браконьеров (игрока B), то интенсивность игрока A должна устанавливаться на уровне $u^* \equiv \frac{c+d}{2d}$, а интенсивность игрока B пересчитывается как $q(u^*) = \frac{d^2 - c^2}{4d^2}$. В результате общий (суммарный) вылов будет максимальным.

2. Случай $\psi(t) < 0$ для всех t содержательно отвечает стремлению игрока A к максимизации численности популяции в конечный момент времени (возможно, с целью обеспечения максимального вылова к концу рассматриваемого временного периода). Экстремальное управление при этом тождественно равно нулю (что соответствует отсутствию промысловых мероприятий); как следствие улов игрока $B - q(u^*) = 0$.

3. Случай $\psi(t) \equiv 0$ содержательно неинтересен, не даёт конкретных рекомендаций по уровню вылова, а по теории (в соответствии с необходимыми условиями оптимальности) не приводит к экстремальным решениям.

Проведенный выше анализ части соотношений принципа максимума Понтрягина позволяет сделать вывод о нецелесообразности рассмотрения терминальных задач оптимального управления в данной модели без дополнительных ограничений. Однако это заключение не исключает необходимости исследования задач с интегральным целевым функционалом (и, возможно, ограничениями). Также автор планирует рассмотреть некоторые модификации предложенной модели и соответствующие задачи динамической оптимизации.

Во-первых, вместо постоянных параметров модели (a, b, c, d) могут рассматриваться функции времени и даже состояния (последнее должно существенно усложнить модель). Такие модификации допускают естественные интерпретации, например, они могут моделировать изменение технологии добычи, эффект масштаба и др.

Кроме того, в качестве одной из возможных модификаций планируется рассмотреть следующую модель:

$$\begin{cases} \dot{x} = ax + b - cxu - y, & x(t_0) = x_0, \\ \dot{y} = dxu(1-u), & y(t_0) = y_0, \end{cases}$$

$u(t) \in [0, 1]$. Здесь $y(t)$ – фазовая переменная, описывающая отлов игрока B в момент времени t . В отличие от предыдущей модели, здесь отлов игрока B всегда неотрицателен и возрастает в случае умеренного вылова игроком A .

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Математическое моделирование оценки численности байкальского омуля в системе социально-экономических и правовых аспектов экологической правонарушаемости / А. П. Суходолов, А. П. Федотов, М. М. Макаров [и др.]. — DOI: 10.17150/2500-4255.2019.13(5).757-771 // Всероссийский криминологический журнал. — 2019. — Т. 13, № 5. — С. 757-771.
2. Суходолов А. П. Коррупция: механизмы развития, способы профилактики (опыт компьютерного моделирования с применением численных методов) / А. П. Суходолов, И. А. Кузнецова // Вестник РУДН. Серия: Математика, информатика, физика. — 2018. — Т. 26, № 2. — С. 183-193.
3. Аргунова Ю. Ю. История борьбы с браконьерством в Байкальском регионе в период 1917-1980-х гг. / Ю. Ю. Аргунова // Проблемы социально-экономического развития Сибири. — 2016. — № 3 (25). — С. 67-74.
4. Ишигеев В. С. Особенности личности преступника в сфере незаконной охоты и добычи водных биологических ресурсов / В. С. Ишигеев, А. Я. Бондарь // Криминологический журнал Байкальского государственного университета экономики и права. — 2013. — № 2. — С. 88-93.
5. Лавыгина И. В. Некоторые проблемы определения последствий экологических преступлений / И. В. Лавыгина // Уголовно-правовые и криминологические проблемы борьбы с преступностью: сб. науч. тр. / ред. А. Л. Репецкая. — Иркутск, 2003. — Вып. 1. — С. 125-134.
6. Gibbs C. Intelligence-led Policing and Transnational Environmental Crime: a Process Evaluation / C. Gibbs, E. F. McGarrell, B. Sullivan // European Journal of Criminology. — 2015. — Vol. 12, iss. 2. — P. 242-259.
7. Is it a Crime to Produce Ecological Disorganization? Why Green Criminology and Political Economy Matter in the Analysis of Global Ecological Harms / M. J. Lynch, K. L. Barrett, M. A. Long, P. B. Stretesky // The British Journal of Criminology. — 2013. — Vol. 53, iss. 6. — P. 997-1016.
8. Ruggiero V. Green Criminology and Dirty Collar Crime / V. Ruggiero, N. South // Critical Criminology. — 2010. — Vol. 18, no. 4. — P. 251-262.
9. Floyd R. Environmental security and the case against rethinking criminology as «security-ology» / R. Floyd // Criminology & Criminal Justice. — 2015. — Vol. 15, iss. 3. — P. 277-282.
10. Семенченко С. М. Эффективность искусственного воспроизводства популяции Байкальского омуля *Coregonus Migratorius* / С. М. Семенченко // Вестник рыбохозяйственной науки. — 2018. — Т. 5, № 2 (18). — С. 4-23.
11. Меншуткин В. В. Логико-лингвистические модели популяции рыб и озерных экологических систем / В. В. Меншуткин // Труды Карельского научного центра РАН. — 2011. — № 4. — С. 88-97.
12. Фукс Г. В. Применение методов математического моделирования для изучения роста полярной камбалы (*Liopsetta glacialis*) Белого моря / Г. В. Фукс, Н. А. Шилова // Arctic Environmental Research. — 2017. — Т. 17, № 2. — С. 123-132.
13. Sukhodolov A. P. Numerical Analysis of Ecology-economic Model for Forest Fire Fighting in Baikal Region / A. P. Sukhodolov, P. G. Sorokina, A. P. Fedotov // Discrete and Continuous Models and Applied Computational Science. — 2019. — No. 27 (2). — P. 154-164.
14. Ильин О. И. Об оптимальной эксплуатации популяции рыб с возрастной структурой / О. И. Ильин // Сибирский журнал промышленной математики. — 2007. — Т. 10, № 3 (31). — С. 43-57.

15. Андреева Е. А. Модель управления процессом рыбной ловли / Е. А. Андреева, В. М. Цирулева, Л. Г. Кожеко // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. — 2017. — № 4 (19). — URL: <https://moit.vivt.ru/?p=5361&lang=ru>.

16. Ильичев В. Г. Оптимальная стратегия вылова рыбы и экономика / В. Г. Ильичев, Д. Б. Рохлин // Математическое образование. — 2008. — № 1 (45). — С. 39–45.

17. Ильичев В. Г. Оптимальный промысел и эволюция путей миграции рыбных популяций / В. Г. Ильичев, Л. В. Дашкевич // Компьютерные исследования и моделирование. — 2019. — Т. 11, № 5. — С. 879–893.

18. Чернушкин А. А. Модель оптимальной эксплуатации биоресурсов с учетом административной коррупции / А. А. Чернушкин, Г. А. Угольный // Инженерный вестник Дона. — 2014. — № 1 (24). — С. 97–103.

19. Булгакова Т. И. Регулирование многовидового рыболовства на основе математического моделирования: дис. ... д-ра техн. наук: 05.18.17 / Т. И. Булгакова. — Москва, 2009. — 337 с.

20. Абакумов А. И. Стабилизирующая роль структуры рыбной популяции в условиях промысла при случайных воздействиях среды обитания / А. И. Абакумов, Ю. Г. Израильский // Компьютерные исследования и моделирование. — 2017. — Т. 9, № 4. — С. 609–620.

21. Сорокин С. П. Необходимые условия оптимальности с позиционными управлениями для многоэтапных линейных по состоянию задач оптимального управления / С. П. Сорокин, П. Г. Сорокина // Динамические системы, оптимальное управление и математическое моделирование. Материалы Международного симпозиума. — Иркутск, 2019. — С. 278–281.

22. Математическая теория оптимальных процессов / Л. С. Понтрягин, В. Г. Болтянский, Р. В. Гамкрелидзе, Е. Ф. Мищенко. — Москва: Физматгиз, 1961. — 391 с.

REFERENCES

1. Sukhodolov A. P., Fedotov A. P., Makarov M. M., Anoshko P. N., Gubiy E. V., Zorkaltsev V. I., Sorokina P. G., Mokry I. V., Lebedeva A. V. Mathematical modeling of assessing the number of Baikal omul in the system of socio-economic and legal aspects of environmental law violations. *Vserossiiskii kriminologicheskii zhurnal = Russian Journal of Criminology*, 2019, vol. 13, no. 5, pp. 757–771. DOI: 10.17150/2500-4255.2019.13(5).757-771. (In Russian).

2. Sukhodolov A. P., Kuznetsova I. A. Corruption: Development Mechanisms, Ways of Prevention (Experience of Computer Modeling with Application of Numerical Methods). *Vestnik RUDN. Seriya: Matematika, informatika, fizika = RUDN Journal of Mathematics, Information sciences and Physics*, 2018, vol. 26, no. 2, pp. 183–193. (In Russian).

3. Argunova Yu. Yu. History of Struggle with Poaching in the Baikal Region in 1917–1980th. *Problemy sotsial'no-ekonomicheskogo razvitiya Sibiri = Issues Of Social-Economic Development Of Siberia*, 2016, no. 3 (25), pp. 67–74. (In Russian).

4. Ishigeev V. S., Bondar A. J. Criminal Personality Aspects in Illegal Hunt and Aquatic Biological Resources Extraction. *Kriminologicheskii zhurnal Baikal'skogo gosudarstvennogo universiteta ekonomiki i prava = Criminology Journal of Baikal National University of Economics and Law*, 2013, no. 2, pp. 88–93. (In Russian).

5. Lavygina I. V. To the Question about the Effectiveness of Counteraction to Crimes in the Sphere of Ecology. In Repetskaya A. L. (ed.). *Ugolovno-pravovye i kriminologicheskie problemy bor'by s prestupnost'yu* [Criminal Law and Criminological Aspects of Counteracting Crime]. Irkutsk, 2003, vol. 1, pp. 125–134. (In Russian).

6. Gibbs C., McGarrell E.F., Sullivan B. Intelligence-led Policing and Transnational Environmental Crime: a Process Evaluation. *European Journal of Criminology*, 2015, vol. 12, iss. 2, pp. 242–259.

7. Lynch M. J., Barrett K. L., Long M. A., Stretesky P. B. Is it a Crime to Produce Ecological Disorganization? Why Green Criminology and Political Economy Matter in the Analysis of Global Ecological Harms. *The British Journal of Criminology*, 2013, vol. 53, iss. 6, pp. 997–1016.

8. Ruggiero V., South N. Green Criminology and Dirty Collar Crime. *Critical Criminology*, 2010, vol. 18, no. 4, pp. 251–262.

9. Floyd R. Environmental security and the case against rethinking criminology as «security-ology». *Criminology and Criminal Justice*, 2015, vol. 15, iss. 3, pp. 277–282.

10. Semenchenko S. M. Efficiency of Artificial Reproduction of the Posolsk Subpopulation of Baikal Omuls (*Coregonus Migratorius*). *Vestnik rybokhozyaistvennoi nauki = The Bulletin of Fisheries Science*, 2018, vol. 5, no. 2 (18), pp. 4–23. (In Russian).

11. Menshutkin V. Logical-linguistic Models of the Fish Populations and Lake Ecological Systems. *Trudy Karel'skogo nauchnogo centra RAN = Transactions of the Karelian Research Centre of the Russian Academy of Sciences*, 2011, no. 4, pp. 88–97. (In Russian).

12. Fuks G. V., Shilova N. A. Mathematical Modeling Techniques for Studying the Growth of the Arctic Flounder (*Liopsetta Glacialis*) in the White Sea. *Arctic Environmental Research*, 2017, vol. 17, no. 2, pp. 123–132. (In Russian).

13. Sukhodolov A. P., Sorokina P. G., Fedotov A. P. Numerical Analysis of Ecology-economic Model for Forest Fire Fighting in Baikal Region. *Discrete and Continuous Models and Applied Computational Science*, 2019, no. 27 (2), pp. 154–164.

14. Ilin O. I. On the Optimal Exploitation of Fish Populations with an Age Structure. *Sibirskij zhurnal industrial'noj matematiki = Siberian Journal of Industrial Mathematics*, vol. 10, no. 30 (31), pp. 43–57. (In Russian).

15. Andreeva E. A., Tsiruleva V. M., Kozheko L. G. The Model of Fisheries Management. *Modelirovanie, optimizaciya i informacionnye tehnologii = Modeling, Optimization and Information Technology*, 2017, no. 4 (19). Available at: <https://moit.vivt.ru/?p=5361&lang=ru>. (In Russian).

16. Ilichev V. G., Rohlin D. B. Optimal Fishing Strategy and Economy. *Matematicheskoe obrazovanie = Mathematical Education*, 2008, no. 1 (45), pp. 39–45. (In Russian).

17. Il'ichev V. G., Dashkevich L. V. Optimal Fishing and Evolution of Fish Migration Routes. *Komp'yuternye issledovaniya i modelirovanie = Computer Research and Modeling*, 2019, vol. 11, no. 5, pp. 879–893. (In Russian).

18. Chernushkin A. A., Ugol'nickij G. A. A Model of Optimal Biological Resource Exploitation with Corruption. *Inzhenernyj vestnik Dona = Engineering journal of Don*, 2014, no. 1 (24), pp. 97–103. (In Russian).

19. Bulgakova T. I. Regulation of multi-species fisheries based on mathematical modeling. Moscow, 2009. 337 p.

20. Abakumov A. I., Izrail'skij Ju. G. The Stabilizing Role of Fish Population Structure under the Influence of Fishery and Random Environment Variations. *Komp'juternye issledovanija i modelirovanie = Computer Research and Modeling*, 2017, vol. 9, no. 4, pp. 609–620. (In Russian).

21. Sorokin S. P., Sorokina P. G. Necessary optimal conditions with positional controls for multi-stage linear state-optimal control problems.

22. Pontrjagin L. S., Boltjanskij V. G., Gamkrelidze R. V., Mishhenko E. F. *Matematicheskaja teorija optimal'nyh processov* [Mathematical Theory of Optimal Processes]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1961. 391 p.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Андрей Петрович Федотов — директор Лимнологического института СО РАН, заведующий кафедрой водных биоресурсов и аквакультуры Байкальского государственного университета, доктор геолого-минералогических наук, г. Иркутск, Российская Федерация; e-mail: mix@lin.irk.ru.

Полина Геннадьевна Сорокина — старший преподаватель кафедры математики и информатики Байкальского государственного университета, младший научный сотрудник Лимнологического института СО РАН, г. Иркутск, Российская Федерация; e-mail: ermolaeva_polina@mail.ru.

Алина Витальевна Колесникова — руководитель Школы молодых ученых Байкальского государственного университета, студент Института государства и права Байкальского государственного университета, г. Иркутск, Российская Федерация; e-mail: alinal2020@mail.ru.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Andrey P. Fedotov — head Limnological Institute, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Head, Chair of Water Bio-Resources and Aquaculture, Baikal State University, Doctor of Geology and Mineralogy, Irkutsk, Russian Federation; e-mail: mix@lin.irk.ru.

Polina G. Sorokina — senior Lecturer, Chair of Mathematics and Computer Science, Baikal State University, Junior Researcher, Limnological Institute, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Irkutsk, Russian Federation; email: ermolaeva_polina@mail.ru.

Alina V. Kolesnikova — head, School of Young Researchers, Student, Institute of State and Law, Baikal State University, Irkutsk, Russian Federation; e-mail: alinal2020@mail.ru.

ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ

Федотов А. П., Сорокина П. Г., Колесникова А. В. Модель оптимизации добычи возобновляемого ресурса на примере промысла байкальского омуля / А. П. Федотов, П. Г. Сорокина, А. В. Колесникова // System Analysis & Mathematical Modeling. — 2020. — Т. 2, № 1. — С. 5–14.

FOR CITATION

Fedotov A. P., Sorokina P. G., Kolesnikova A. V. A model for optimizing the production of renewable resources on the example of the Baikal omul fishery. System Analysis & Mathematical Modeling, 2020, vol. 2, no. 1, pp. 5–14. (In Russian).